

# 基于 Bayes 准则自适应 Gabor 系数缩减的信号恢复

张宗平, 刘贵忠, 张茁生

(西安交通大学 信息与通信工程系, 西安 710049)

摘要: 信号在联合时频平面内是相对稀疏的, 鉴于此, 本文通过假设信号 Gabor 展开系数先验分布和噪声 Gabor 展开系数的先验分布, 然后应用 Bayes 准则从含噪信号 Gabor 展开系数的后验分布估计未知信号的 Gabor 展开系数, 实现时变滤波。数值实验表明该方法是合理有效的。

关键词: Gabor 变换; Bayes 估计; 信号恢复; 非参数回归

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2001) 04-0518-04

## Signal's Recovery via Adaptive Gabor Coefficients Shrinking with Bayes Rule

ZHANG Zong-ping, LIU Gui-zhong, ZHANG Zhuo-sheng

(Department of Information & Communication Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Considering the sparseness of Gabor coefficients of the underlying signals in joint time frequency plane, this paper describes an adaptive signal recovery approach, obtained by shrinking the Gabor coefficients based on Bayes rule. Via the assumption of prior distributions of Gabor coefficients for the unknown signals and noises, we present a closed form expression for the posterior estimation of Gabor coefficients of the unknown signals, implementing time variable filtering in time frequency domain. The validity and effectiveness of the proposed scheme are demonstrated with numerical experiments.

Key words: Gabor transform; Bayes estimation; signal recovery; nonparametric regression

### 1 引言

设含噪观测序列  $y = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$  可描述为模型:

$$y_i = f(t_i) + \varepsilon_i, i = 1, \dots, N \quad (1)$$

其中:  $\varepsilon_i$  是数学期望为 0, 方差为  $\sigma^2$  的随机噪声。基于 Gabor 变换的信号恢复就是先通过离散 Gabor 变换将信号变换到时频域中去, 在时频域中通过时变滤波器进行滤波实现噪声清除, 最后通过反变换从去噪的 Gabor 系数恢复未知信号  $f(t)$ 。

从噪声中恢复未知信号一直是工程界探讨的主题之一, 虽然参数回归方法在许多领域已经取得非常好的效果, 但工程中出现的非线性现象使得基于线性模型的参数回归方法难以凑效, 因此非参数回归方法成为近年来理论界和工程界研究的热点。其中已经取得成效非参数回归方法有: 样条平滑方法<sup>[1]</sup>、核估计方法<sup>[2]</sup>以及近年发展起来的基于小波变换的非参数回归方法<sup>[3-7]</sup>。本文所研究的基于 Gabor 变换的信号恢复属于广义 Fourier 级数展开方法。

信号的 Gabor 展开是在不同持续期内将函数在不同频带内展开。因此 Gabor 展开系数具有时频谱特性。但 Gabor 展开存在的问题是, 它的基函数不是正交的, Gabor 展开系数不唯一, Gabor 展开系数能否反映信号的时频谱特性要取决于对偶

函数与基函数的相似程度, 因此只有优化的几乎正交的对偶函数才能较好地反映信号的时频谱特性<sup>[8,9]</sup>。从实践上看, 一个优化的对偶函数决定了信号的 Gabor 变换是过采样的, 因此在变换域内的信号的表达是冗余的。因而变换域内的部分扰动不会引起重建信号的较大失真, 这恰好提高了信号重建的稳健性。

白噪声通常散布在整个时频平面上, 而真实信号的能量通常聚集在一个相对很小的区域内, 因此潜在的未知信号的 Gabor 系数集是稀疏的。也就是说, 信号的 Gabor 系数幅值绝大多数都很小, 仅有为数很少的一部分很大, 这些少许系数可以很好地诠释真实信号的行为。因此通过将幅值很小的 Gabor 系数缩减为零, 可以达到去噪的目的。在联合时频域内通过时变滤波器进行去噪恢复信号由来已久, 它既可以基于线性时频表达式也可以基于双线性时频表达式。但由于基于线性时频表达式的信号重建算法简单, 线性时频方法格外受到青睐<sup>[10]</sup>。在文献[11]中, X. G. Xia 和 S. Qian 讨论了在已知信号特征的情形下, 在 Gabor 域内基于掩膜迭代滤波方案, 对信号的恢复获得了良好效果。但实践中大量存在的是恢复信号特性未知, 因此这个算法的实际应用受到很大的限制。

本文基于 Bayes 框架, 提出了一种自适应 Gabor 系数缩减

方案. 首先对信号的 Gabor 系数的分布作先验分布假设以捕捉信号 Gabor 系数的稀疏特性, 然后应用 Bayes 准则从含噪信号 Gabor 系数的后验分布估计出信号的 Gabor 系数. 最后, 通过数值实验验证了该方法的信号恢复效果. 本文的思想源于这样一个事实: 基于 Bayes 框架的缩减方案在小波去噪方面获得了成功<sup>[6, 7, 12, 13]</sup>, 基于 Bayes 准则的自适应小波缩减的信号恢复所利用的仅仅是信号的小波系数稀疏特性.

## 2 Bayes 去噪方案的提出

正如引言所述, 在一个优化的对偶 Gabor 基函数变换下, 尽管优化的对偶基函数可能导致过抽样, 但相对总体抽样, 信号在 Gabor 变换域内应有比较有效的表示, 即真实信号可以用相对很少的 Gabor 变换系数很好地重构. 很显然, 可以用 Bayes 模型对信号的 Gabor 系数分布作假设, 并且这个假设对绝大多数信号都是有效的. 为方便起见, 用  $G$  表示 Gabor 算子, 用  $G^{-1}$  表示 Gabor 逆算子, 则在 Gabor 域内:

$$\hat{y} = Gy = Cf + G\varepsilon = f + \varepsilon$$

其中  $\hat{y} = (\hat{y}_{j,k})$  为观测值的 Gabor 变换,  $f = (f_{j,k})$  为信号的 Gabor 变换,  $\varepsilon = (\varepsilon_{j,k})$  为噪声的 Gabor 变换.

对  $\varepsilon_{j,k}$  和  $f_{j,k}$  分布先作以下假设:

$$\varepsilon_{j,k} \sim N(0, C^\varepsilon) \quad (2)$$

$$f_{j,k} \sim (1 - w_{j,k})N(0, C_1) + w_{j,k}N(0, C_2) \quad (3)$$

假定式中  $C^\varepsilon$  已知(事实上  $C^\varepsilon$  可以很好地估计出来, 这将在算法实现部分详细讨论). 其中  $f_{j,k}$  分布的混合参数  $w_{j,k}$  也有其自己的经验分布, 它由下式确定:

$$P(w_{j,k} = 1) = 1 - P(w_{j,k} = 0) = p \quad (4)$$

因此先验假设分布的待定参数为  $p$ 、 $C_1$  和  $C_2$ . 进一步假设  $C_1 \ll C_2$ , 这个假设揭示了  $f_{j,k}$  中的  $N(0, C_1)$  成分大量聚集在 0 点附近, 这正是真实信号中可以忽略的成分, 而  $f_{j,k}$  中的  $N(0, C_2)$  成分则存在一些较大的值, 这是真实信号中主要成分.

在上述假设下, 由  $\hat{y}_{j,k} = f_{j,k} + \varepsilon_{j,k}$  可以导出  $\hat{y}_{j,k}$  的分布

$$\hat{y}_{j,k} \sim (1 - w_{j,k})N(0, C_1) + w_{j,k}N(0, C_2) \quad (5)$$

其中:  $C_1 = C_1 + C^\varepsilon$ ,  $C_2 = C_2 + C^\varepsilon$ . (6)

一旦获得观测值, 则 Gabor 系数  $\hat{y}_{j,k}$  就可以确定. 如果能够从  $\hat{y}_{j,k}$  估计出  $p$ 、 $C_1$  和  $C_2$  的值, 也就获得了  $C_1$  和  $C_2$ . 在确定了  $\hat{y}_{j,k}$  和  $f_{j,k}$  的分布及  $p$  之后就可以从  $\hat{y}_{j,k}$  中估计出  $f_{j,k}$ , 对  $f_{j,k}$  进行 Gabor 逆变换就可以得到信号估计  $\tilde{f} = G^{-1}E(f|\hat{y})$ .

## 3 经验参数的选取

### 3.1 $C_1$ 的选取

类似于式(3)中  $C_1$  的意义, 可以认为  $C_1$  对应的成分是在  $\hat{y}_{j,k}$  中噪声的主要成分, 而这正是有待清除的成分,  $C_1$  是这些噪声的方差, 因此可以从  $\hat{y}_{j,k}$  去估计  $C_1$ , 因为在 Gabor 变换域内, 信号能量主要集中在为数很少的部分系数上, 因此可以采取保留能量方法保留部分系数, 记  $C^\varepsilon$  为门限化算子, 则  $C^\varepsilon$  按如下方法对  $\hat{y}_{j,k}$  进行截断:

$$\begin{cases} \bar{y} = C^\varepsilon Y \\ \|\bar{y}\|_2 = \alpha \|Y\|_2 \end{cases} \quad (7)$$

其中  $\alpha$  为能量保留系数, 其推荐值为  $\alpha \in [0.5, 1.0)$ .

$$C_1 = \left[ \text{Median}_{j \in J, k \in K} (|\hat{y}_{j,k} - \bar{y}_{j,k}|) / 0.6745 \right]^2 \quad (8)$$

### 3.2 $C_1$ 和 $C^\varepsilon$ 的选取

由  $f = G^{-1}\hat{f}$  知,  $f_{j,k}$  对  $f$  贡献是  $G^{-1}f_{j,k}$ , 因此有:

$$\|f\| = \|G^{-1}f_{j,k}\| \leq \|G^{-1}\| \|f_{j,k}\| = C_h \|f_{j,k}\| \quad (9)$$

如果  $(|f_{j,k}|)_{j \in J, k \in K}$  的极大值  $M$  很小, 则它对  $f$  贡献将很小. 如果记  $f$  中可以忽略的扰动标准差为  $\delta$ , 根据假设  $f_{j,k}$  将以很高的概率落在范围  $(-3\sqrt{C_1}, 3\sqrt{C_1})$  内, 因此选取  $3\sqrt{C_1} = \delta/2M$  是合理的, 因此

$$C_1 = (\delta/6M)^2 \quad (10)$$

式中  $\delta$  可以用下面的方法进行估计: 先对  $|y_{i+1} - y_i|_{i=1}^{N-1}$  从小到大进行排序得到非递减序列  $\Delta$ , 即  $\Delta = \text{Sort}_{1 \leq i < N} (|y_{i+1} - y_i|)$ . 然后从  $\Delta$  的前约百分之二的值估计  $\delta$  值, 可以取稳健的中值估计:

$$\delta = \text{Median}_{1 \leq i < 0.02 * N} (\Delta) \quad (11)$$

在选定  $C_1$  和  $C^\varepsilon$  之后, 由式(6)易得  $C^\varepsilon$  的值:

$$C^\varepsilon = C_1 - C_1 \quad (12)$$

### 3.3 $p$ 和 $C_2$ 的选取

**3.3.1  $p$  的点估计策略** 若假设随机变量  $w_{j,k}$  服从参数为  $p$  的两点分布  $B(2, p)$ , 显然它满足式(4)条件. 在此分布条件下有:

$$Ew_{j,k} = p \quad (13)$$

因此可以取随机变量  $w_{j,k}$  数学期望作为参数  $p$  的点估计. 进一步取单次实验的  $w_{j,k}$  为其数学期望, 即令  $w_{j,k} = Ew_{j,k}$ , 显然这是合理的, 因此有:

$$w_{j,k} = p \quad (14)$$

式中  $0 \leq p \leq 1$ . 再将式(14)代入式(5), 则得到:

$$\hat{y}_{j,k} \sim (1 - p)N(0, C_1) + pN(0, C_2) \quad (15)$$

式(15)为我们从实验数据中估计  $p$  作了理论上准备.

**3.3.2  $p$  和  $C_2$  的理论估计** 在估计  $p$  和  $C_2$  之前, 先考虑一个更一般性的问题: 假定随机变量  $X$  服从下面混合正态分布:

$$X \sim (1 - p)N(0, C_1) + pN(0, C_2) \quad (16)$$

其中  $C_1$  已知,  $p$  和  $C_2$  是未知参数. 现在就是要从  $X$  的一组测量  $\{X_i\}_{i=1}^n$  去估计未知参数  $p$  和  $C_2$ .

为此可以先构造给定测量  $\{X_i\}_{i=1}^n$  的似然函数  $L(C_2, p | X)$ , 令:

$$L(C_2, p | X) =$$

$$\prod_{i=1}^n \left[ (1 - p) \frac{1}{\sqrt{2\pi C_1}} \exp\left(-\frac{|X_i|^2}{2C_1}\right) + p \frac{1}{\sqrt{2\pi C_2}} \exp\left(-\frac{|X_i|^2}{2C_2}\right) \right].$$

$C_2$  和  $p$  的取值应使  $L(C, p | X)$  取极大值, 即:

$$(C_2, p) = \arg \max_{p \in [0, 1], C_2 \in R^+} L(C_2, p | X) \quad (17)$$

式(17)的一个等价命题是:

$$(C_2, p) = \arg \max_{p \in [0, 1], C_2 \in R^+} l(C_2, p | X) \quad (18)$$

式中  $l(C_2, p | X)$

$$= \sum_{i=1}^n \ln \left[ (1 - p) \frac{1}{\sqrt{2\pi C_1}} \exp\left(-\frac{|X_i|^2}{2C_1}\right) + p \frac{1}{\sqrt{2\pi C_2}} \exp\left(-\frac{|X_i|^2}{2C_2}\right) \right] \quad (19)$$

通过令  $\partial l(C_2, p | X) / \partial p = 0$ ,  $\partial l(C_2, p | X) / \partial C_2 = 0$  可以得到

$p$  和  $C_2$  的理论解:

$$p = n^{-1} \sum_{i=1}^n \alpha_i \quad (20)$$

$$C_2 = \sum_{i=1}^n |X_i|^2 \alpha_i \setminus \sum_{i=1}^n \alpha_i \quad (21)$$

$$\alpha_i = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}C_2} \exp(-|X_i|^2/2C_2)}{(1-p) \frac{1}{\sqrt{2\pi}C_1} \exp(-|X_i|^2/2C_1) + p \frac{1}{\sqrt{2\pi}C_2} \exp(-|X_i|^2/2C_2)} \quad (22)$$

$p$  和  $C_2^0$  是属于这个一般问题的特例, 可以用式(20)、(21)和(22)进行求解. 但注意到由式(20)、(21)及(22)所确定的是  $p$  和  $C_2$  非显式解, 必须采取适当的方法进行求解, 本文采用的是迭代解法.

**3.3.3  $p$  和  $C_2^0$  的迭代解** 当  $C_1$  确定后, 由式(19)定义的  $l(C_2, p|X)$  是一个严格凸函数, 而由式(20)和(21)所确定的  $p$  和  $C_2$  是  $l(C_2, p|X)$  的最速上升方向. 因此构造如下的迭代算法计算  $p$  和  $C_2$ .

- (1) 初始化  $p = p^{(0)}, C_2 = C_2^{(0)}, j = 0$ ;
- (2) 由式(22)计算  $\alpha_i^{(j)}$ ;
- (3) 由式(20)计算  $p^{(j+1)}$ , 由式(21)计算  $C_2^{(j+1)}$ ;
- (4) 若  $|p^{(j+1)} - p^{(j)}| > \epsilon_{ps}$  或  $|C_2^{(j+1)} - C_2^{(j)}| > \epsilon_{sc}$ , 则  $j = j + 1$ , 返回(2); 否则停止迭代,  $p^{(j+1)} \Rightarrow p, C_2^{(j+1)} \Rightarrow C_2$ .

下面是对该算法的验证结果, 实验取  $C_1 = 1, C_2 = 10, p = 0.1$ . 表 1 是在不同的样本容量下对  $p$  和  $C_2$  的估计. 由下可见, 该算法是非常有效的(每一个样本都重复实验 1000 次).

表 1 不同样本容量下对  $p$  和  $C_2$  的迭代估计结果

| 样本容量  | 50  | 100    | 200    | 500     | 1000   | 2000   | 4000    |
|-------|-----|--------|--------|---------|--------|--------|---------|
| $p$   | 均值  | 0.2540 | 0.1534 | 0.1133  | 0.1062 | 0.1033 | 0.1010  |
|       | 标准差 | 0.2667 | 0.1286 | 0.0477  | 0.0278 | 0.0186 | 0.0124  |
| $C_2$ | 均值  | 8.1918 | 9.2070 | 10.0238 | 9.9933 | 9.9131 | 10.0517 |
|       | 标准差 | 8.7640 | 6.4934 | 4.5258  | 2.9149 | 2.0278 | 1.3697  |

### 4 $f_{j,k}$ 的 Bayes 估计

在选定参数之后, 就确定了  $\hat{y}_{j,k}$  和  $f_{j,k}$  的分布, 最终目的是根据  $f_{j,k}$  的经验分布, 从  $\hat{y}_{j,k}$  估计  $f_{j,k}$ . 由式(3)~(5)可得:

$$\begin{aligned} E(f_{j,k}|\hat{y}_{j,k}) &= E_{w|\hat{y}_{j,k}} E(f_{j,k}|\hat{y}_{j,k}, w) \\ &= Pr(w_{j,k} = 0|\hat{y}_{j,k}) E(f_{j,k}|\hat{y}_{j,k}, w_{j,k} = 0) \\ &\quad + Pr(w_{j,k} = 1|\hat{y}_{j,k}) E(f_{j,k}|\hat{y}_{j,k}, w_{j,k} = 1) \\ &= Pr(w_{j,k} = 0|\hat{y}_{j,k}) \frac{C_1^0}{C_2^0} \hat{y}_{j,k} \\ &\quad + Pr(w_{j,k} = 1|\hat{y}_{j,k}) \frac{C_2^0}{C_2^0} \hat{y}_{j,k} \end{aligned} \quad (23)$$

式中

$$Pr(w_{j,k} = 0|\hat{y}_{j,k}) = \frac{O}{O+1}, Pr(w_{j,k} = 1|\hat{y}_{j,k}) = \frac{1}{O+1} \quad (24)$$

其中  $O = \frac{(1-p)}{p} \sqrt{\frac{C_2^0}{C_1^0}} \exp[-\frac{(C_2^0 - C_1^0)}{2C_1^0 C_2^0} |\hat{y}_{j,k}|^2]$  (25)

根据假设  $C_1^0$  是真实信号中可以忽略部分的方差,  $C_1^0$  是观测序列中有待清除的噪声方差, 因此  $C_1^0 \gg C_1^0$ . 当  $|\hat{y}_{j,k}| \rightarrow 0$  时,  $O$  比较大,  $Pr(w_{j,k} = 0|\hat{y}_{j,k}) \rightarrow 1, Pr(w_{j,k} = 1|\hat{y}_{j,k}) \rightarrow 0$ , 式

(23)的第一项起主要作用,  $f_{j,k}$  几乎被置零. 反之, 当  $|\hat{y}_{j,k}|$  比较大时,  $O$  比较小,  $Pr(w_{j,k} = 1|\hat{y}_{j,k}) \rightarrow 1$ , 式(23)的第二项起主要作用,  $f_{j,k}$  接近  $\frac{C_2^0}{C_2^0} \hat{y}_{j,k}$ . 由此可以看出基于 Bayes 估计的 Gabor 系数缩减是一种非线性缩减. 图 1 是从  $\hat{y}$  到  $f$  的 Bayes 估计曲线.

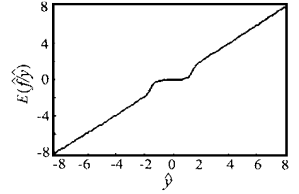


图 1  $f$  的 Bayes 估计曲线

### 5 数值实验

这里将要对基于 Bayes 准则自适应 Gabor 系数缩减的信号恢复方法进行数值实验验证. 取三个检验函数, 它们是 Bump 函数、Doppler 函数和 Quadchirp 函数, 这三个函数具有适度的光滑性. 在高斯白噪声背景下, 比较基于 Bayes 准则自适应 Gabor 系数缩减的信号恢复和基于小波级数非参数回归的信号恢复的效果. 去噪性能采用常用的输入、输出信噪比衡量, 设观测序列为  $y_i = f(t_i) + \epsilon_i, i = 1, \dots, N$  估计信号为  $\tilde{f}(t_i)$ , 输入信噪比 ( $SNR_{input}$ ) 和输出信噪比 ( $SNR_{output}$ ) 分别定义为:

$$SNR_{input} = 20 \log_{10}(\text{std}(f)/\text{std}(\epsilon)),$$

$$SNR_{output} = 20 \log_{10}(\text{std}(f)/\text{std}(f - \tilde{f})).$$

表 2 基于 Bayes 准则自适应 Gabor 系数缩减 (Adaptive Bayesian Gabor Coefficients Shrinkage Abb. ABGCS) 的信号恢复和基于小波级数非参数回归 (Wavelet Nonparameter Regression Abb. WNR) 的信号恢复对 Bump 函数、Doppler 函数和 Quadchirp 函数处理结果

| 输入 SNR | 提高 SNR  |        |         |        |           |        |
|--------|---------|--------|---------|--------|-----------|--------|
|        | Bumps   |        | Doppler |        | Quadchirp |        |
|        | ABGCS   | WNR    | ABGCS   | WNR    | ABGCS     | WNR    |
| 0      | 11.4020 | 8.9381 | 9.6594  | 9.8258 | 6.9685    | 1.5434 |
| 20log2 | 11.2735 | 8.0761 | 8.7086  | 7.9828 | 8.1455    | 0.3355 |
| 20log3 | 10.0880 | 7.4038 | 8.3023  | 7.2763 | 7.9166    | 0.2787 |
| 20log4 | 9.0685  | 6.8332 | 7.8353  | 6.1783 | 7.4732    | 0.2398 |
| 20log5 | 8.3503  | 6.4041 | 7.3029  | 5.6746 | 6.9342    | 0.2117 |
| 20log6 | 7.9801  | 5.8940 | 6.8211  | 5.4164 | 6.4142    | 0.1837 |
| 20log7 | 7.6759  | 5.6020 | 6.2333  | 5.2770 | 5.8592    | 0.1749 |
| 20log8 | 7.3707  | 5.4707 | 5.7588  | 5.0321 | 5.3757    | 0.1666 |
| 20log9 | 7.1750  | 5.3380 | 5.4938  | 4.8959 | 4.9175    | 0.1553 |
| 20     | 6.9111  | 5.1746 | 5.3902  | 4.8235 | 4.4727    | 0.1583 |

式中  $\text{std}(x)$  表示序列  $x$  的标准差. 改善信噪比 (Improved SNR) 为输入信噪比和输出信噪比之差. 考虑到噪声样本的随机性, 对于每一个输入信噪比, 输出信噪比为 100 次不同噪声样本下的输出信噪比的算术均值. 小波参数回归使用的是八阶 Daubechies 小波、分解级数为 5 级, 单一硬门限方法去噪进行处理. 所有检验信号的采样点数为 1024. 表 2 是对这三个检验信号的数值实验结果.

图 2~4 是检验函数在输入信噪比为  $20 \log(7/3)$  时使用基于 Bayes 准则自适应 Gabor 系数缩减的信号恢复和基于小波级数非参数回归的信号恢复对检验函数的恢复效果 (图中 (a) 为原始信号; (b) 为含有噪声观测序列; (c) 为基于 Bayes 的准则自适应 Gabor 系数缩减的恢复结果; (d) 为基于小波级

数非参数回归恢复结果). 由图可以看出基于 Gabor 系数 Bayes

缩减方法可很好地清除观测序列中的噪声.

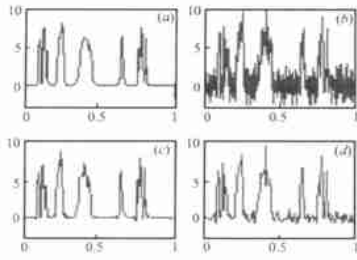


图 2 Bumps 函数

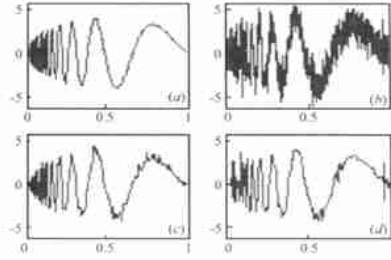


图 3 Doppler 函数

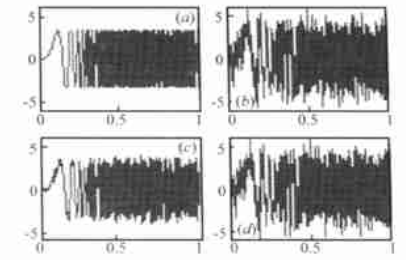


图 4 QuadChip 函数

### 6 结束语

本文通过分析信号和噪声在 Gabor 变换域内分布差异, 提出了信号在 Gabor 变换域内的 Bayes 分布模型, 进而通过噪声观测去估计信号的 Gabor 变换系数, 然后通过 Gabor 逆变换估计未知信号. 数值实验表明, 对于具有显著时频谱特征的一大类未知信号具有很好的恢复效果.

本文所提出的方法与现有的小波阈值方法是有类似之处: 它们都利用了信号在紧支集基函数下展开的稀疏表达式. 所不同的是通常的基于小波变换的阈值方法所使用的小波一般是正交小波基, 而本文所使用的 Gabor 基是一个冗余基, 因此信号恢复的稳定性好. 由于信号的 Gabor 变换使用的是加窗的三角基, 因此本文方法更适合分析具有显著时频谱特征的一大类未知信号, 对于这类信号小波阈值方法通常难以凑效. 因此本文所提方法可与现有的小波阈值方法互为补充. 同小波阈值方法相比, 本文所提的方法计算量略大, 但它在许多情况下并不影响实际工程应用.

### 参考文献:

[ 1 ] Nussbaum M. Spline smoothing and asymptotic efficiency in  $l_2$  [ J ]. Ann. Statist. , 1985, 13: 984- 987.

[ 2 ] Wu J S and Chu C K. Kernel type estimators of jump points and values of regression function [ J ]. Ann. Statist. 1993, 21: 1545- 1566.

[ 3 ] Donoho D L. Nonlinear wavelet methods for recovery of signals, densities, and spectra from indirect and noisy data [ J ]. Proceedings of Symposia in Applied Mathematics, 1993, 47: 173- 205.

[ 4 ] Donoho D L. De noising via soft thresholding [ J ]. IEEE Trans. Infor. Th. , 1995, 41(3) : 613- 627.

[ 5 ] Donoho D L, Johnstone I M, Kerkyacharian G and Picard D. Wavelet Shrinkage: Asymptopia? (with discussion) [ J ]. J. R. Statist. Soc. B, 1995, 57(2) : 301- 369.

[ 6 ] Johnstone I M and Silverman B W. Empirical Bayes Approaches to Mixture Problem and Wavelet Regression [ R ]. Technical Report, Stanford University, 1999.

[ 7 ] Vilkovic B. Nonlinear wavelet shrinkage with Bayes rules and Bayes factors [ J ]. J. Amer. Statist. Assoc. , 1998, 93(441) : 173- 179.

[ 8 ] Qian S and Chen D. Joint Time-Frequency Analysis [ M ]. Prentice Hall, 1996

[ 9 ] Qian S and Chen D. Discrete Gabor transform [ J ]. IEEE Trans. SP, 1993, 41(7) : 2429- 2439.

[ 10 ] Farkash S and Raz S. Linear system in Gabor time-frequency plane [ J ]. IEEE trans. SP, 1994, 42(3) : 611- 617.

[ 11 ] Xia X G and Qian S. An iterative algorithm for time variant filtering in discrete Gabor transform domain [ A ]. Proc. ICASSP'97 [ C ] : 2121- 2124.

[ 12 ] Abramovich F, Sapatinas T and Silverman B. W. Wavelet thresholding via Bayesian approach [ J ]. J. R. Statist. Soc. B, , 1998, 60: 725- 749.

[ 13 ] Chipman H A, Kolaczyk E D and McCulloch R E. Adaptive Bayesian wavelet shrinkage [ J ]. J. Amer. Statist. Assoc. 1997, 92(44) : 1413- 1421.

[ 14 ] Hlawatsch F and Krattenthaler W. Phase matching algorithm for Wigner distribution signal representation [ J ]. IEEE Trans. SP, 1991, 39(3) : 612- 619.

### 作者简介:



张宗平 1971 年生, 1998 年 7 月于中科院西安光机所获硕士学位. 现为西安交通大学电信学院在读博士生, 主要研究兴趣包括小波分析、时频分析、非平稳信号处理、视频图像压缩和电磁场数值计算等.



刘贵忠 1962 年生, 1989 年 6 月获荷兰 Eindhoven 大学博士学位, 现为西安交通大学电子与信息工程学院教授, 博士生导师. 主要从事非平稳信号的分析与处理、音视频数据压缩、模式识别、反演等方面的理论、方法与应用研究.

张茁生 1962 年生, 1989 年获西安交通大学应用数学硕士学位, 现为西安交通大学信息系副教授. 主要研究兴趣包括神经网络、小波分析、非平稳信号处理等.